



XLIX АКАДЕМИЧЕСКИЕ ЧТЕНИЯ ПО КОСМОНАВТИКЕ
28-31 января 2025

Определение углового движения
малого космического аппарата
по измерениям магнитометра
детектора космической радиации
Д.С. Иванов, В.В. Богомолов, С.И. Свертилов



Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Методы определения движения космических аппаратов

Методы

Детерминированные методы:

Не учитывается модель ошибок измерений.
Обрабатываются только текущие измерения

Детерминированная обработка векторных измерений
(Белецкий В.В., Wahba G., Markley F. L.)

Автономная инерциальная навигация
(Бранец В.Н., Шмыглевский И.П., Фомичев А.В., Пешехонов В.Г., Матасов А.И.)

Методы гарантированного оценивания:

Не учитывается модель ошибок, но считается, что они локализованы в известных множествах

Алгоритмы на основе метода эллипсоидов
(Черноусько Ф.Л., Куржанский А. Б., Шматков А.М., Аким Э.Л., Schweppe F.C.)

Статистические методы:

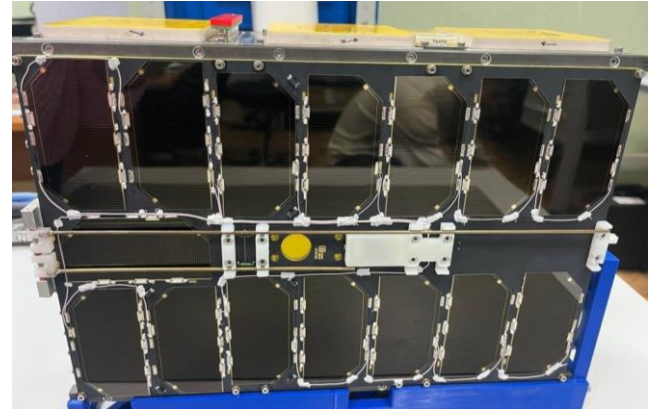
Принимается во внимание модель распределения ошибок измерений. Используются динамические уравнения движения

Алгоритмы на основе метода наименьших квадратов:
Обрабатывается временной ряд измерений, пост-полетная реконструкция движения
(Эльясберг П.Е., Сазонов В.В., Аким Э.Л., Тучин А.Г., Платонов А.К., Лидов М.Л., Степаньянц В.А.)

Рекурсивные алгоритмы на основе фильтра Калмана:
Обрабатываются только текущие измерения, оценка движения в режиме реального времени
(Парусников Н.А., Голован А.А., Степанов О.А., Емельянцева Г.И., Морозов В.М., Shuster M.D., Crassidis J.L.)

Кубсат «Авион-Калуга-650»

- Совместная разработка
 - НИИ ядерной физики МГУ
 - НИЛАКТ ДОСААФ
 - детский технопарк «Кванториум»
 - ООО «Орбитальные Системы»
- Основная научная задача миссии:
исследование быстрых вариаций потоков электронов в зонах высыпаний
- Дата запуска: 27 июня 2023
- Высота орбиты 550 км, наклонение 97.6°
- Форм-фактор: 6U кубсат
- Угловое движение КА пассивное
- На аппарате установлен набор детекторов космической радиации ДеКоР со встроенным магнитометром



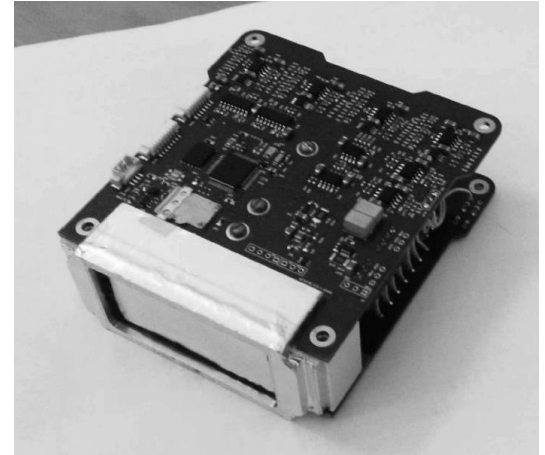
6U кубсат «Авион-Калуга-650»

Тензор инерции аппарата

$$\mathbf{J} = \text{diag} \left([0.119 \ 0.084 \ 0.050] \right) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Постановка задачи

- Дано:
 - Измерения магнитометра, встроенного в детектор космической радиации аппарата Авион-Калуга-650
 - С интервалом 1 секунда поочерёдно измеряется только одна из трёх компонент магнитного поля
 - Измерения магнитометра не откалиброваны, т.е. неизвестен коэффициент масштабирования и смещение нуля измерений датчика
- Требуется оценить угловое движение КА и ориентацию чувствительных осей детекторов в инерциальном пространстве



Детектор космической радиации ДеКоР

Реконструкция углового движения

Уравнения движения

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}_{grav}$$

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \mathbf{C}\Lambda, \quad \Lambda = (\mathbf{q}, q_0)$$

Вектор искомых параметров

$$\xi = [\Lambda(t_0); \boldsymbol{\omega}(t_0); k; \Delta\mathbf{B}]$$

Рассматривается функция

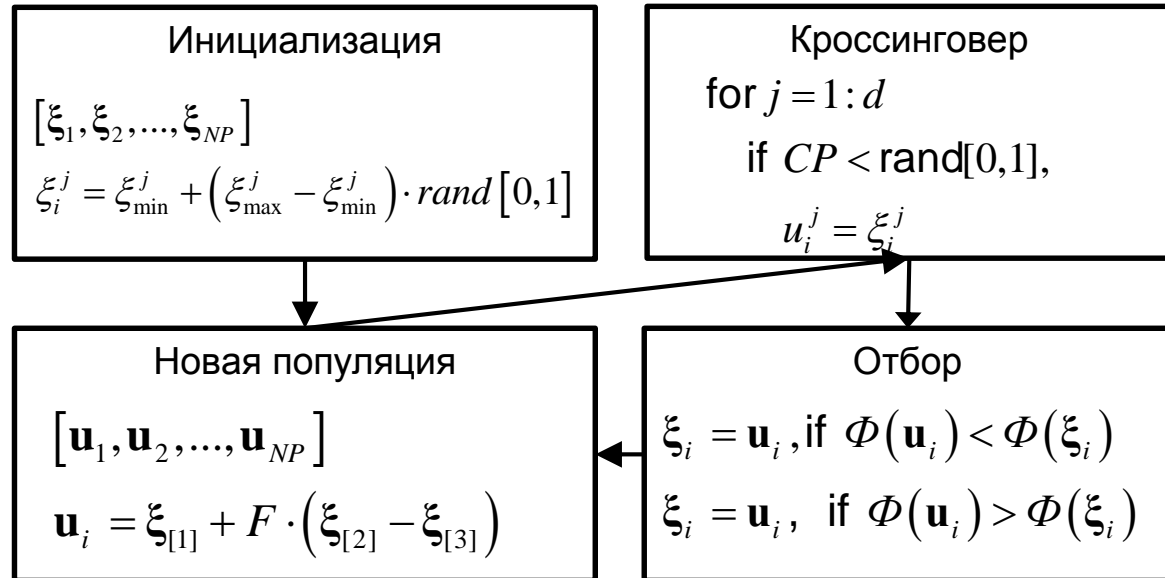
$$\Phi(\xi) = \sum_i^N (\mathbf{B}_{meas}(t_i) - \tilde{\mathbf{B}}_{meas}(t_i))^2$$

Задача минимизации функции решается методом дифференциальной эволюции

Модель измерений магнитометра

$$\mathbf{B}_{meas}(t_i) = k [A(\Lambda_k) \mathbf{B}_{model}(t_i) + \Delta\mathbf{B}]$$

Метод дифференциальной эволюции

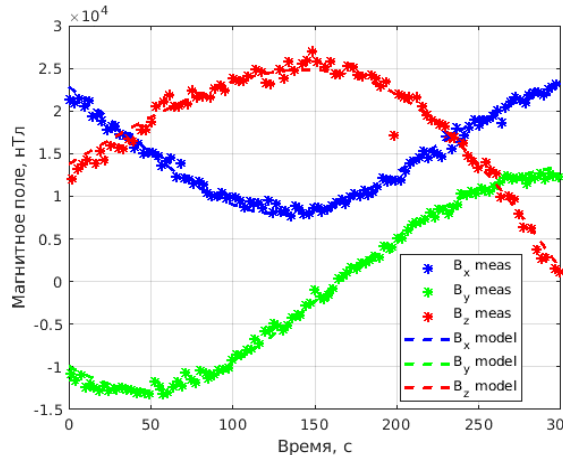


Пример обработки измерений

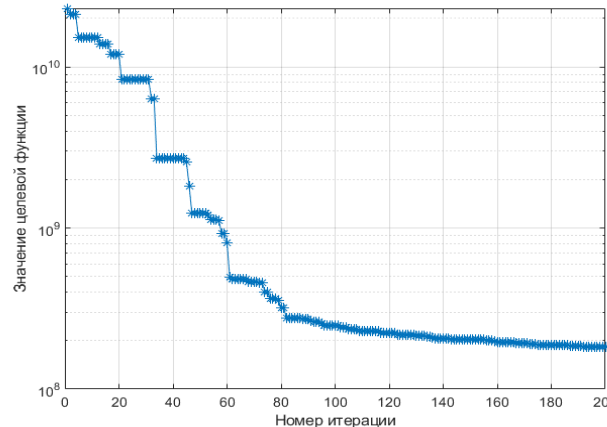
- Пример измерений за 30-го сентября 2023 года и результат минимизации с помощью метода дифференциальной эволюции
- При продолжительных интервалах измерений не удаётся оценить вектор искомых параметров из-за действующих возмущений и переменного смещения нуля измерений

$$\Lambda(t_0) = \begin{bmatrix} 0.453 \\ -0.648 \\ 0.117 \\ -0.602 \end{bmatrix}, \quad \omega(t_0) = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.13 \\ 0.42 \end{bmatrix} \text{ } ^\circ/\text{с},$$

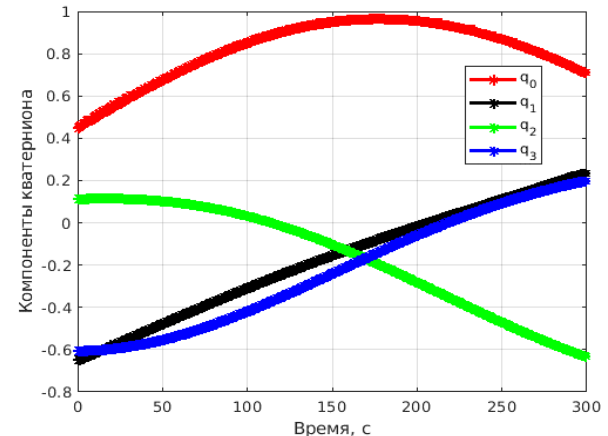
$$\Delta \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -12463 \\ -9492 \\ -10948 \end{bmatrix} \text{ нТл}, \quad k = 0.0431$$



Компоненты магнитного поля



Изменение величины функции



Оценка кватерниона

Алгоритмы на основе расширенного фильтра Калмана

Модель движения КА

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{D}\mathbf{q},$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{q}\mathbf{q}^T) = \mathbf{Q}$$

Модель измерений

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{r}_k$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{r}_k\mathbf{r}_k^T) = \mathbf{R}_k$$

Этап прогноза (априорная оценка)

1. Прогноз вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) dt,$$

2. Прогноз матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

$$\text{где } \mathbf{Q}_k = \Phi_k \mathbf{D} \mathbf{Q} \mathbf{D}^T \Phi_k^T \Delta t$$

Этап коррекции (апостериорная оценка)

1. Вычисление весовой матрицы

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1},$$

2. Коррекция $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ с использованием \mathbf{z}_k

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, t)],$$

3. Усечение матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-.$$

Начальный вектор состояния \mathbf{x}_0 ,

Начальная матрица ошибок \mathbf{P}_0

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{M} \left[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T \right]$$

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}, \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}$$

$$\Phi_k = \mathbf{E} + \mathbf{F}_k (t_k - t_{k-1}) + \dots$$

Применение к определению движения по измерениям магнитометра

Уравнения движения с учетом переменного магнитного дипольного момента

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{m}_{res} \times \mathbf{B} + \mathbf{T}_{gg} + \mathbf{T}_{dist}$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{m}_{res} = \boldsymbol{\eta}_{m_{res}}$$

$$\frac{d(\Delta \mathbf{B})}{dt} = \boldsymbol{\eta}_{\Delta \mathbf{B}}$$

Вектор состояния:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{m}_{res}, \Delta \mathbf{B}]^T$$

Линеаризованные уравнения движения:

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \delta \mathbf{x}, \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} -\mathbf{W}_{\boldsymbol{\omega}} & \frac{1}{2} \mathbf{E} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{J}^{-1} (\mathbf{F}_{gr} + \mathbf{F}_m) & \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}_{gir} & -\mathbf{J}^{-1} \mathbf{W}_{\hat{\mathbf{B}}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \end{pmatrix}_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(t_k)}$$

Модель измерений:

$$\mathbf{z} = \mathbf{B}_{meas} = \mathbf{A} \mathbf{B}_{model} + \Delta \mathbf{B} + \delta \mathbf{B}$$

Линеаризованная модель измерений:

$$\delta \mathbf{z} = \mathbf{H} \delta \mathbf{x}, \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 2\mathbf{W}_{\hat{\mathbf{B}}} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(t_k)}$$

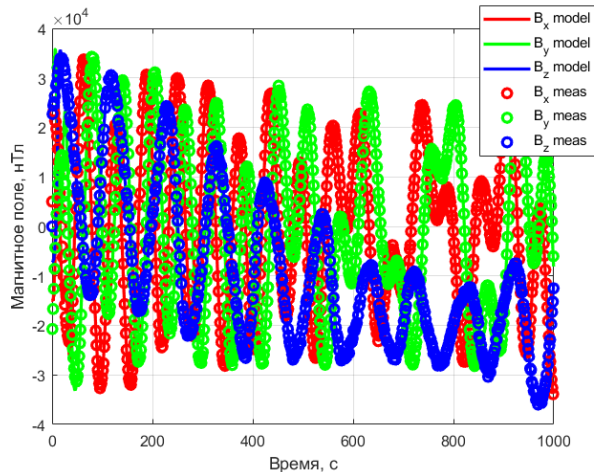
Параметры алгоритма:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \sigma_d^2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E} \sigma_m^2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E} \sigma_{\Delta \mathbf{B}}^2 \end{pmatrix}$$

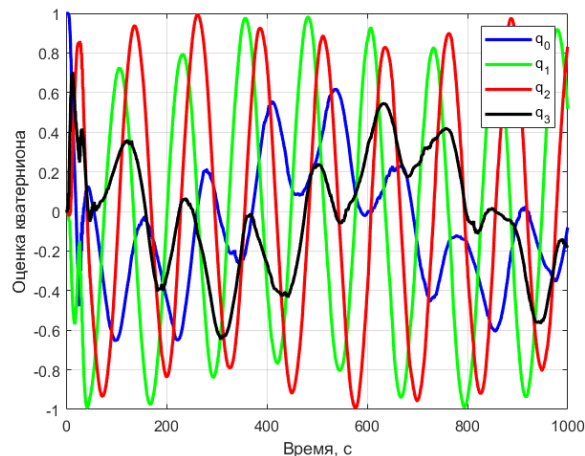
Результаты оценки движения

- Пример измерений за 22-е февраля 2024 года 22:25 UTC во время солнечной вспышки

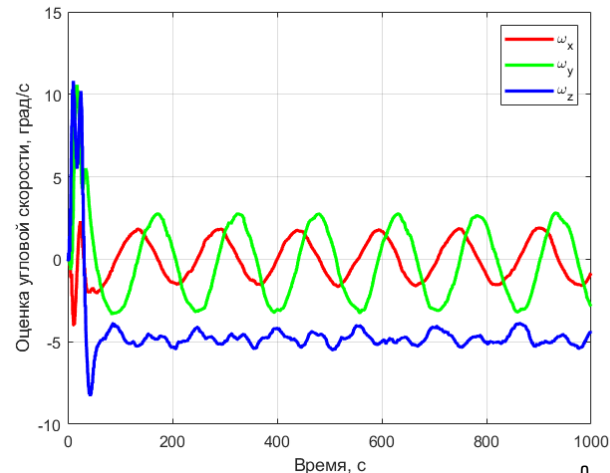
- Оценки вектора состояния сходятся примерно за 60 секунд
- КА прецессирует с почти постоянной угловой скоростью относительно оси с минимальным моментом инерции



Компоненты магнитного поля



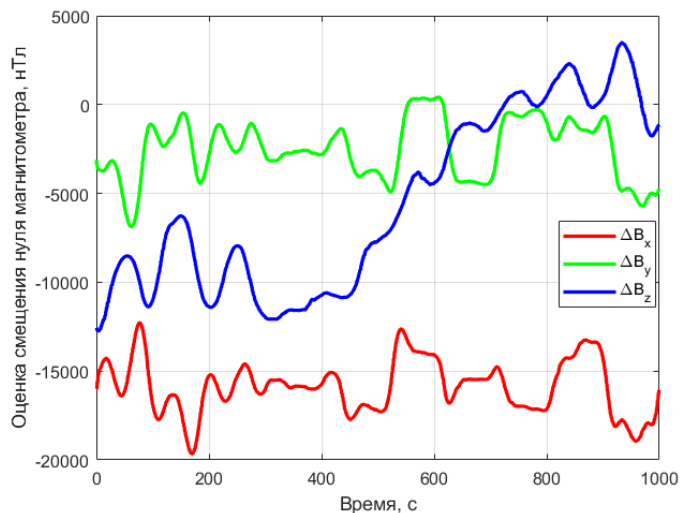
Оценка кватерниона



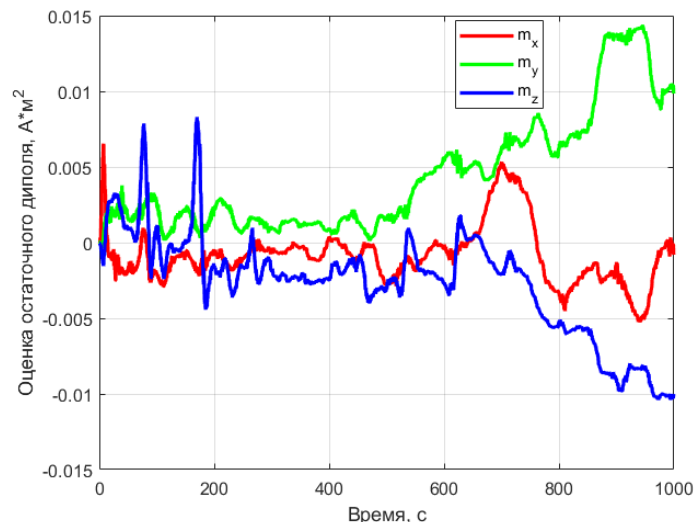
Оценка угловой скорости

Оценка смещения нуля измерений и дипольного момента

- Переменную величину остаточного диполя и смещения нуля измерений можно объяснить переменными токами на солнечных панелях во время вращения аппарата



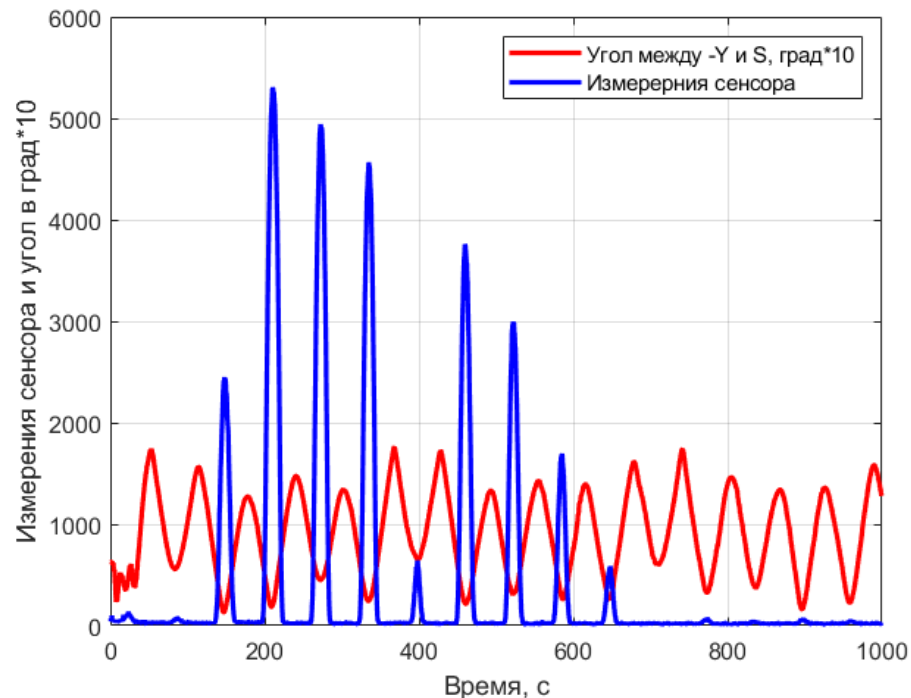
Компоненты смещения нуля измерений



Оценка компонент остаточного магнитного диполя

Вычисление ориентации чувствительной оси детектора

- На рассмотренном интервале телеметрии ДеКоР зафиксировал всплеск космической радиации во время вспышки на Солнце
- По корреляции интенсивности измерений детектора и угла направления на Солнце по оценкам ориентации можно заключить, что точность определения углового движения составила около 2-х градусов



Заключение

- По измерениям магнитометра детектора космической радиации были получены оценки параметров углового движения КА «Авион-Калуга-650»
- На угловое движение КА оказывает влияние переменный остаточный магнитный диполь
- Планируется провести статистическое исследование точностных характеристик алгоритма определения при сравнении с измерениями детектора во время солнечных вспышек