



XLIX Академические чтения по космонавтике, посвященные
памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся
отечественных ученых — пионеров освоения космического
пространства

28–31 января 2025 г.



ОПТИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕНИ МНОГОВИТКОВОГО ПЕРЕЛЁТА В УСРЕДНЁННОЙ МОДЕЛИ

Автор:

Суслов Кирилл Сергеевич
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Цель работы и постановка задачи

- Проектировании миссий КА с маршевой двигательной установкой на базе ЭРД.
- Использование ЭРД уменьшает затраты топлива за счёт увеличения длительности перелёта.
- Для баланса между затратами топлива и продолжительностью перелёта **можно минимизировать время.**

Цель работы: предложить методику оптимизации многовитковых траекторий по времени.

Ставится задача поиска оптимального управления:

необходимо найти такое управление реактивной тягой, чтобы КА совершил перелёт между стартовой и целевой орбитами за минимальное время.

Модель движения

В качестве модели движения рассматривается усреднённая задача двух тел, возмущённая периодической реактивной тягой¹, постоянной по величине:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A(\mathbf{x}) \frac{\boldsymbol{\alpha}}{m}, \quad \frac{dm}{dt} = \frac{P_{\max}}{v_e}$$

где $\mathbf{x} = (p, e_x, e_y, i_x, i_y)^T$ – усреднённые модифицированные равноденственные элементы,

m – усреднённая масса КА, P_{\max} – величина тяги, v_e – удельный импульс,

$\boldsymbol{\alpha}$ – вектор из коэффициентов конечных рядов Фурье компонент реактивной тяги в орбитальной системе координат:

$$P_i(F) = \alpha_0^i + \sum_{k=1}^2 (\alpha_k^i \cos kF + \beta_k^i \sin kF), \quad i \in \{S, T, W\},$$

где $F = E + \Omega + \omega$ – эксцентрическая долгота.

¹ Суслов К.С. Приближенное решение задачи двух тел, возмущённой периодическим ускорением // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 68. 17 с.

Ограничение на величину тяги

Условие постоянства величины тяги

$$P_S^2(F) + P_T^2(F) + P_W^2(F) = P_{\max}^2$$

можно переписать в следующем виде:

$$a_0(\boldsymbol{\alpha}) + \sum_{k=1}^4 (a_k(\boldsymbol{\alpha}) \cos kF + b_k(\boldsymbol{\alpha}) \sin kF) \equiv 0$$

где $a_k(\boldsymbol{\alpha})$ и $b_k(\boldsymbol{\alpha})$ — квадратичные формы от вектора $\boldsymbol{\alpha}$.

Из ортогональности элементов тригонометрического ряда следует, что

$$a_k(\boldsymbol{\alpha}), b_k(\boldsymbol{\alpha}) = 0$$

Математическая постановка задачи ОПТИМИЗАЦИИ

Задача нелинейного программирования:

необходимо найти такой вектор α и время T , чтобы целевая функция

$$J(\alpha, T) = T$$

была минимальна и выполнялись ограничения типа «равенство»:

$$a_i(\alpha) = 0, \quad i = 0, \dots, 4,$$

$$b_j(\alpha) = 0, \quad j = 1, \dots, 4,$$

$$\mathbf{x}(\alpha, T) = \mathbf{x}_{\text{target}} \text{ при условии } \mathbf{x}(\alpha, 0) = \mathbf{x}_0$$

Апробация на модельной задаче

Стартовая орбита:

эллиптическая

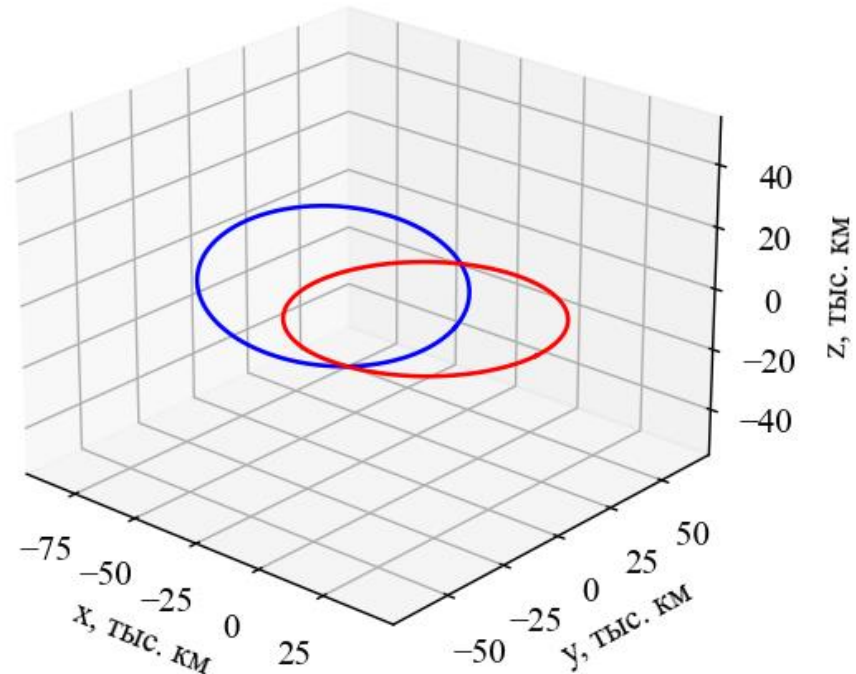
- Высота перигея – 5000 км
- Высота апогея – 80000 км
- Наклонение – 25 градусов
- ДВУ – 0 градусов
- Аргумент перигея – 0 градусов

Параметры КА:

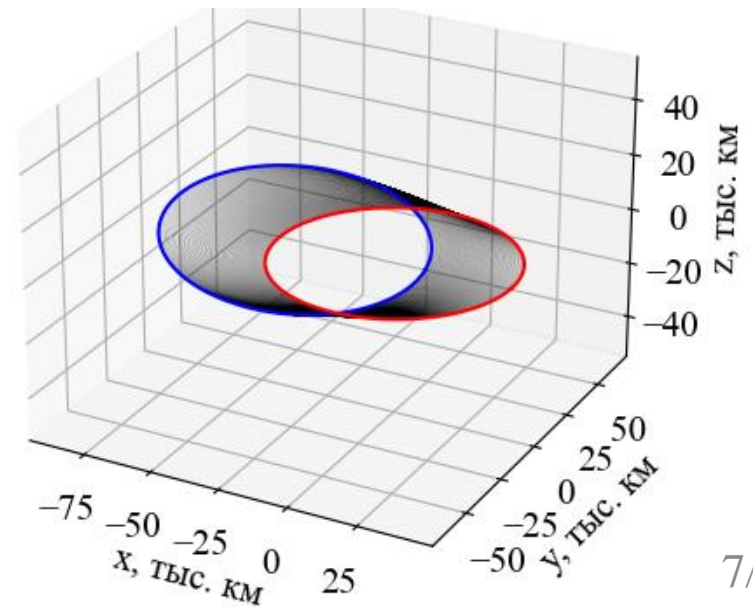
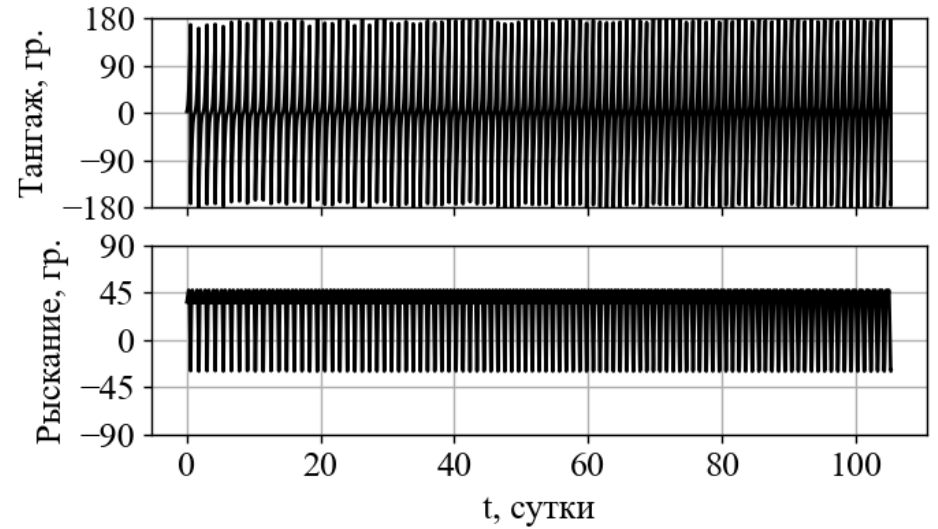
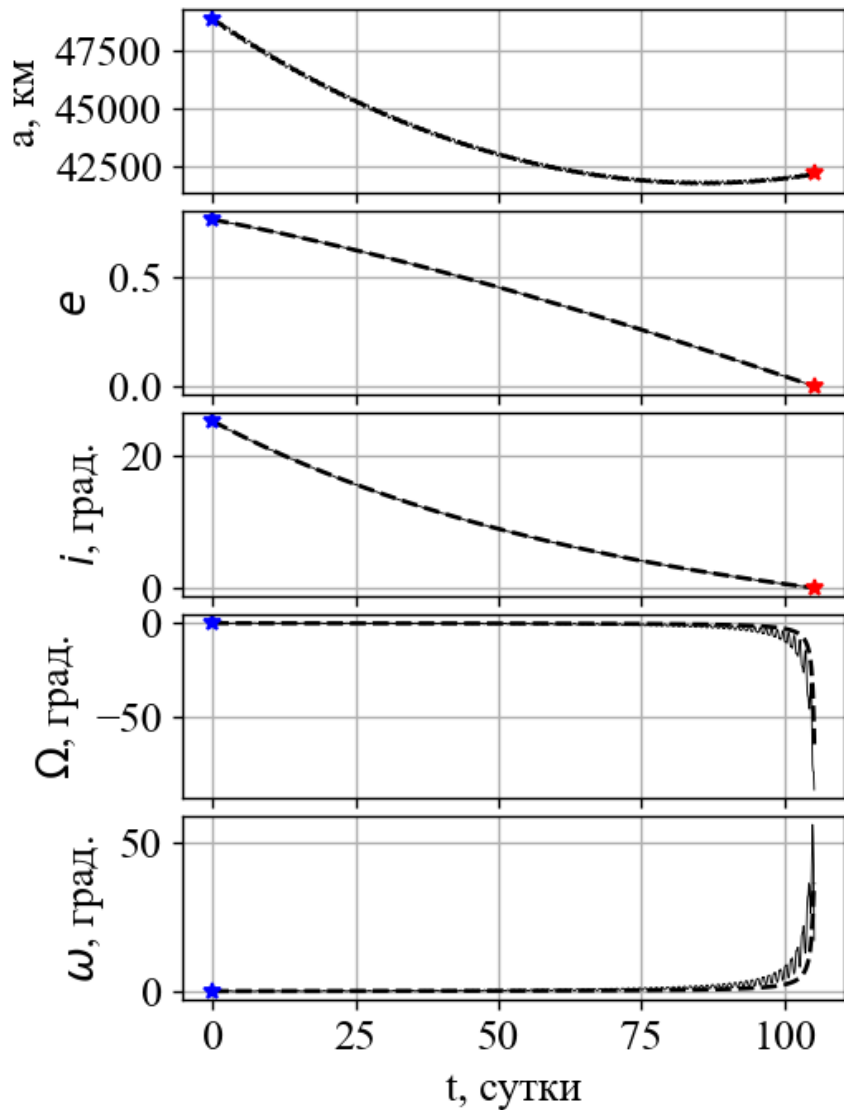
- Стартовая масса – 2500 кг
- Тяга ДУ – 0,56 Н
- Удельный импульс – 1640 с

Целевая орбита: ГСО

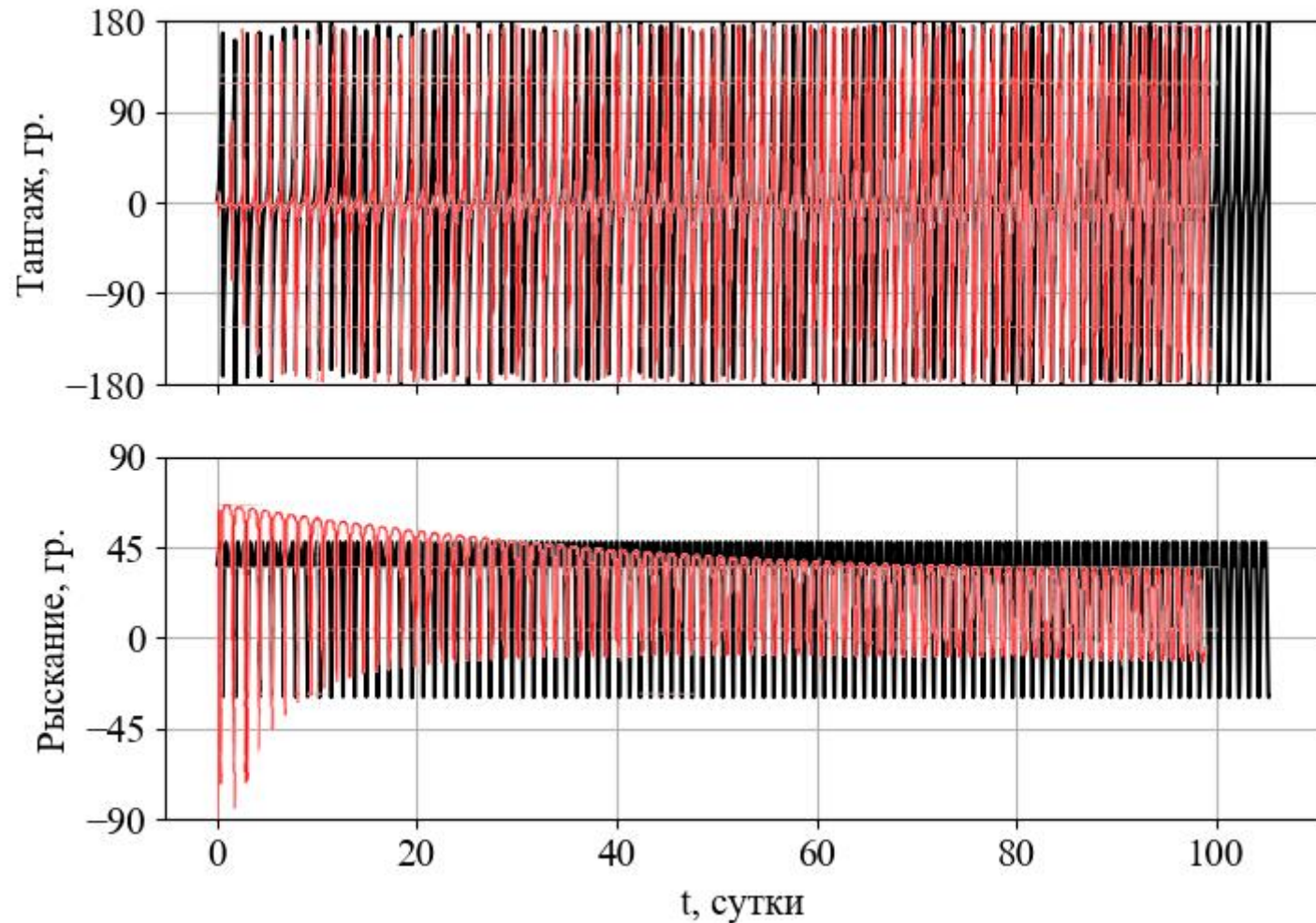
- Высота орбиты – 35793 км
- Эксцентриситет орбиты – 0
- Наклонение – 0 градусов



Результаты оптимизации



Сравнение с глобально оптимальным управлением



Переход к кусочно-постоянному спектру

- Разобьём траекторию перелёта на k интервалов времени длиной t_1, \dots, t_k
- На каждом i -том участке управление зададим вектором α_i из коэффициентов конечных рядов Фурье

Сформулируем новую задачу нелинейного программирования:

необходимо найти такие вектора α_i и времена t_i ($i = 1, \dots, k$), чтобы целевая функция

$$J(\alpha_1, \dots, \alpha_k, t_1, \dots, t_k) = t_1 + \dots + t_k$$

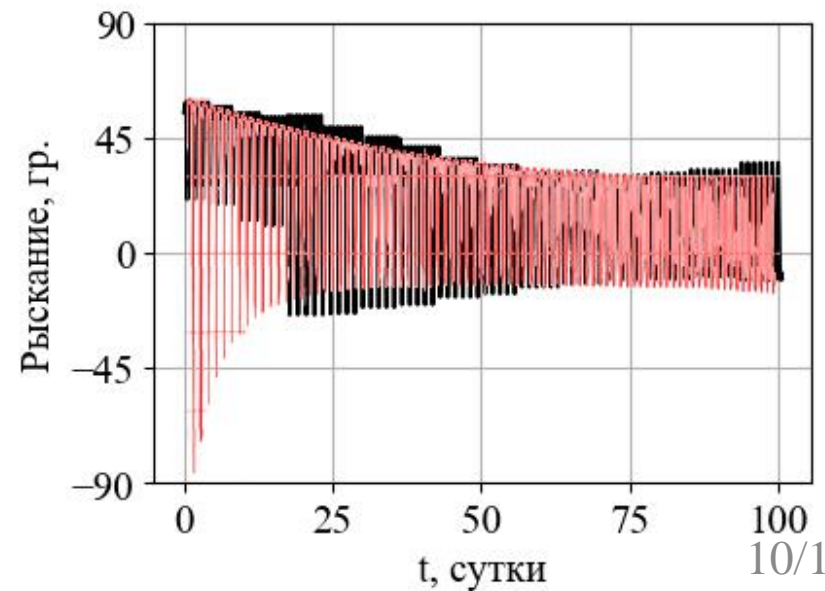
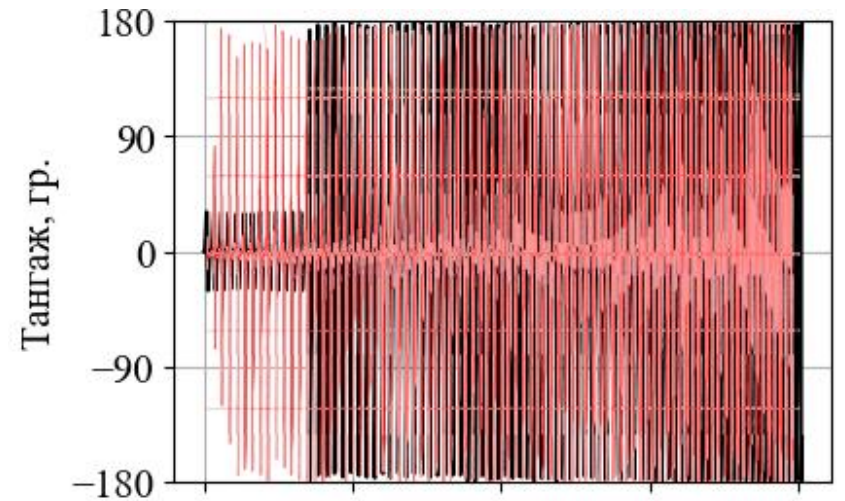
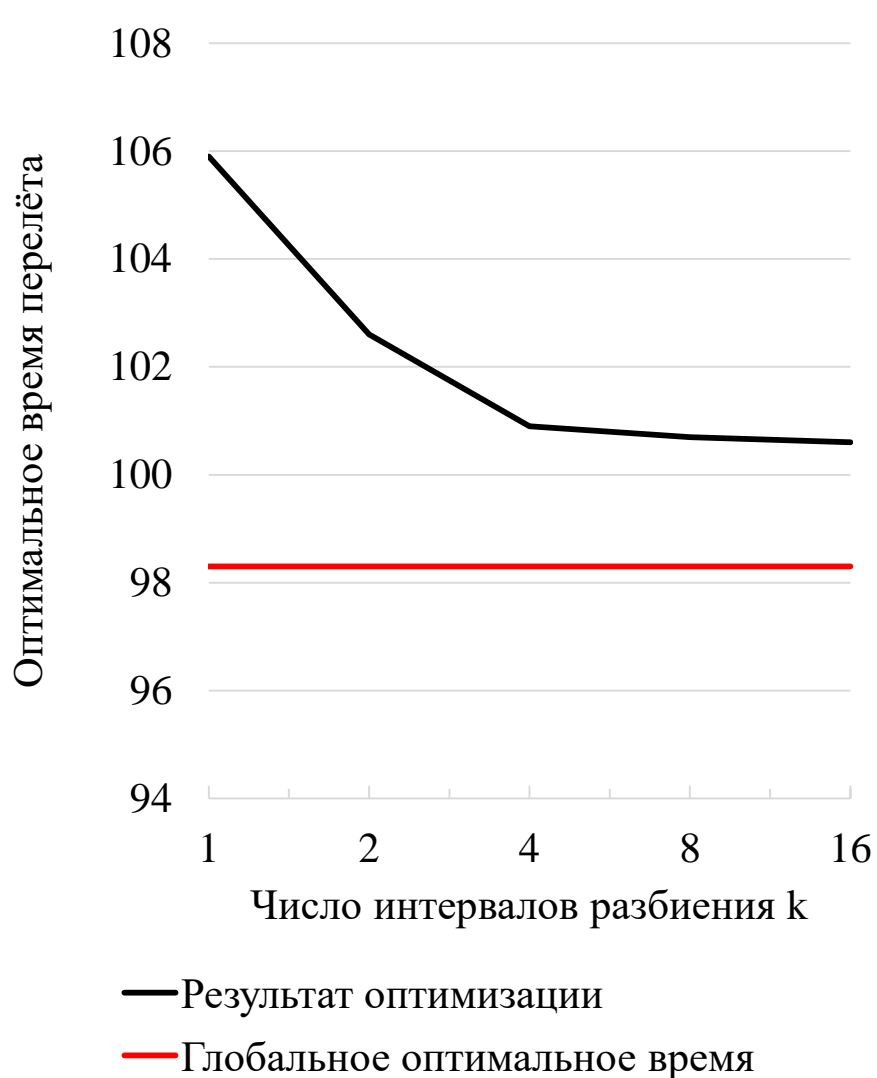
была минимальна и выполнялись ограничения типа «равенство»:

$$a_i(\alpha_m) = 0, \quad i = 0, \dots, 4, \quad m = 1, \dots, k$$

$$b_j(\alpha_n) = 0, \quad j = 1, \dots, 4, \quad n = 1, \dots, k$$

$$\mathbf{x}(\alpha_l, t_l) = \mathbf{x}_l \text{ для } l = 1, \dots, k$$

Результаты оптимизации с кусочно-постоянным спектром



Выводы и планы

Выводы:

- Предложена методика проектирования многовитковых перелётов «орбита-орбита» с **продолжительностью, близкой к глобально оптимальной.**
- Разбиение перелёта на участки **позволяет улучшить оценку оптимального времени перелёта.**
- Полученное управление можно использовать в качестве **начального приближения** при оптимизации затрат топлива.

Дальнейшие планы:

- Перейти к рассмотрению **гладко меняющегося спектра**

Спасибо за внимание!